

Completiamo questi preliminari col richiamare alcune formole ed espressioni note.

Abbiansi due elementi lineari ds , ds' uscenti dal punto (u, v) , al primo dei quali corrispondano le variazioni du, dv , al secondo le du', dv' , e sia θ l'angolo formato da ds verso ds' . Qualunque sia θ hanno le seguenti formole, facilmente dimostrabili,

(3)

$$ds ds' \sin \theta = H(du dv' - dv du').$$

Chiamando A il valore assoluto dell'area del parallelogrammo formato sui due elementi ds, ds' , ed osservando che $ds ds' \sin \theta = \pm ds ds' \sin \theta$, secondo che θ è minore o maggiore di 90° , si ha, dalla seconda delle precedenti formole,

$$A = \pm ds ds' \sin \theta$$

forinola nella quale si deve scegliere il segno superiore o l'inferiore secondo che la rotazione da ds verso ds' , attraverso l'area del parallelogrammo, avviene nel senso positivo o in senso inverso.

Finalmente rammentiamo le espressioni generali di certe quantità che abbiamo chiamate altrove *) parametri differenziali di 1° e di 2° ordine. Se α e β sono due funzioni di u e di v , queste quantità sono le seguenti :

(3)

$$\begin{array}{c}
 \frac{E - \hat{u} - \hat{v}}{dv \, dv} \quad \frac{d < p}{dil >} + \frac{du}{dv} \Bigg)_{yL} du \\
 \frac{du}{dv} \\
 \hline
 i \left| \begin{array}{c} du \quad H^2 \\ \sim * \quad F d? \backslash \\ \quad \quad dv \} \end{array} \right| d \quad \begin{array}{c} \cdot \\ \vdots \\ dv \end{array} \quad \Bigg) du \\
 \hline
 H \left| \frac{du}{H} \right) \quad \cdot^1 \left| \frac{H}{H} \right)
 \end{array}$$

$A_{x < p}$ e $A_{2 < p}$ sono rispettivamente i *parametri differenziali* di i° e di 2° ordine della funzione 9; $A^{\hat{u} \hat{v}}$ è il *parametro intermedio* delle due funzioni 9 e \hat{u} , che si riduce ad un parametro di i° ordine quando le due funzioni sono eguali. Fra le proprietà di

*) *Ricerche ài analisi applicata alla geometria*, art. XIV, nel Giornale di Matematiche, voi. II (1864); oppure queste OPERE, voi. I, pag. 143. Qui abbiamo leggermente mutate le segnature e le definizioni.